УДК 352.851

Торогельдиева К.М., Боубекова Ж.
И.Арабаев атындагы КМУнун математика жана аны окутуунун технологиясы кафедрасынын профессору
И.Арабаев атындагы КМУнун математика жана аны окутуунун технологиясы кафедрасынын магистранты
Торогельдиева К.М., Боубекова Ж.
профессор кафедры математики и технологии ее обучения КГУ имени И.Арабаева
магистрант кафедры математики и технологии ее обучения КГУ имени И.Арабаева
KM Torogeldieva, Zh.Boubekova
professor of the Department of Mathematics and Technology of its Teaching I. Arabaev KSU
Master student of the Department of Mathematics and Technology of its Teaching I. Arabaev KSU

7-КЛАССТЫН МАТЕМАТИКАСЫНДАГЫ АЛГЕБРАЛЫК ТУЮНТМАЛАР ЖАНА АЛАРДЫ ТЕҢДЕШ ӨЗГӨРТҮП ТҮЗҮҮЛӨР

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ В МАТЕМАТИКЕ 7 КЛАССЕ И ИХ ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРОБРАЗОВАНИЯ

ALGEBRAIC EXPRESSIONS IN CLASS 7 MATH AND THEIR IDENTIFIC FORMATIONS

Аннотация: макалада теңдеш өзгөртүп түзүүлөр теңдемелерди, барабарсыздыктарды, геометриялык маселелерди чыгарууда, функцияны изилдөөдө кеңири колдонула тургандыгы талданды. 7-класста окутулуучу алгебралык туюнтмалар жана аларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөр берилди.

Аннотация: в статье проведен анализ применения тождественных преобразований при решений уравнений, неравенств, геометрических задач и при исследовании функций. Приведены алгебраические выражения и их тождественные преобразования, изучаемые в 7 классе.

Annotation: the article analyzes the application of identical transformations when solving equations, inequalities, geometric problems and in the study of functions. Algebraic expressions and their identical transformations, studied in the 7th grade, are given.

Түйүндүү сөздөр: теңдеш өзгөртүп түзүүлөр, алгебралык туюнтмалар тиешелүү маанилер, натыйжа, туюнтманын мааниси, теңдештик,

Ключевые слова: тождественные преобразования, алгебраические выражения, соответствующие значения, результат, значение выражения, тождество.

Key words: identical transformations, algebraic expressions, corresponding values, result, expression value, identity.

Орто мектептин математика курсунда туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөр негизги орунда болуу менен мазмундук-методикалык сызыкка бириккен. Анткени теңдеш өзгөртүп түзүүлөр теңдемелерди жана барабарсыздыктарды чыгарууда, функцияны

изилдөөдө, геометриялык маселелерди чыгарууда кеңири колдонулуу менен прикладдык мааниси чоң.

Бул боюнча математиканын программасында төмөндөгүдөй белгиленген: «Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү, теңдемелерди, барабарсыздыктарды жана алардын системаларын чыгаруу алгоритмин пландаштыруу сыяктуу негизги түшүнүктөрдү өздөштүрүүгө даярдайт» [4].

Математика боюнча мектептин программасында туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүгө алгебра курсун окутууга кеткен убакыттын дээрлик жарымы жумшалуу менен мазмундук-методикалык багытка бириккен.

И.В.Доржиева төмөндөгү мазмундук-методикалык багыттарды бөлүп көрсөтөт: сандык; теңдеш өзгөртүп түзүүлөр; теңдемелер жана барабарсыздыктар; функционалдык; алгоритмдик [3].

Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдөн мектептин математикасында сандар менен байланышы окуучулардын эсептөө көндүмдөрүн калыптандырууда жана жогорулатууда мааниси чоң. Сандуу туюнтмалар сандар, амалдардын белгилери жана кашаалардын жардамы менен түзүлөт.

Мисалы: $23 \cdot 4 + 15$; $3{,}5 - 3{,}2 : 8$; $6(5{,}6 + 2{,}4)$, $4^3 \cdot 0{,}1$.

Сандуу туюнтмалардагы амалдарды аткаруунун натыйжасында келип чыккан сан, натыйжа, туюнтманын мааниси деп аталат.

Сандардын, өзгөрмөлөрдүн үстүнөн жүргүзүлүүчү кошуу, кемитүү, көбөйтүү, бөлүү, рационалдык даражага көтөрүү, тамыр чыгаруу амалдарынын белгилүү бир тартипте жазылышы алгебралык туюнтма деп аталат. Мисалы, $2+a$, $5+a+a^2$, $b+0{,}7m^2$, $\sqrt{15}+в$ ж.б.

Бардык тиешелүү маанилери барабар эки туюнтма теңдеш болуп эсептелет. *3x+12* жана *3(x+ 4)* туюнтмаларын карап көрөлү.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
3x+12	6	9	12	15	18	21	24
3(x+4)	6	9	12	15	18	21	24

x тин каалаган сан маанилеринде *3x+12* жана *3(x+4)* туюнтмаларынын сан маанилери барабар. Белгисиздердин каалагандай сан маанилеринде барабар сан маанилерине ээ болгон эки туюнтма теңдеш барабар туюнтмалар деп аталат.

Эки туюнтма теңдеш барабар эмес экендигин далилдөө үчүн бул туюнтмалардын тиешелүү маанилери барабар болбогон бир гана мисалды келтирүү жетиштүү.

Барабардыктар төмөнкү касиеттерге ээ:

1. Каалагандай туюнтма өзүнө-өзү барабар, б.а. $a = a$.

2.Эгерде $a = в$ болсо, анда $в = a$ болот (симметриялуулук касиет).

3.Эгерде $a=в$ жана $в=c$ болсо, анда $a=c$ болот (транзитивдүүлүк касиет).

Аныктама: Өзгөрмөлөрдүн каалаган маанилеринде туура болгон барабардык теңдештик деп аталат.

Мисалы: $3\,(x + y) = 3x + 3y$ барабардыгы x жана y тин каалаган маанилеринде туура болот.

Теңдештик эки жагы бири-бирине барабар болгон сандык же өзгөрмөлүү барабардык.

Мисалы: $(a+b)\,(c+d) = ac+ad+bc+bd$ мында *a, b, c, d* ар кандай сандар.

Теңдештиктерди далилдөөдө төмөнкү ыкмалар колдонулат.

1. Теңдештиктин сол жагын өзгөртүп оң жагына барабар экендигин далилдейбиз (же тескерисинче).

2.Теңдештиктин сол жана оң жагындагы туюнтмалар теңдеш өзгөртүү менен бир эле түргө келтирилет.

3. Теңдештиктин сол жагы менен оң жагынын айырмасы нөлгө барабар экендиги далилденет.

Окуучулардын теңдемелер жана барабарсыздыктарды чыгаруу билгичтикеринин калыптанышы туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү өздөштүрүүсү менен тыгыз байланышта. Мында окшош мүчөлөрдү жыйноо, кашаага алуу, кашаадан чыгаруу ж.б. өзгөртүп түзүүлөр аткарылат.

Функционалдык багытта чыныгы дүйнөнүн тынымсыз өзгөрүп турушу, ар кандай чоңдуктардын өз ара байланышы, көз карандылыгы каралат. Функция таанып билүүнүн аппараты катары негизги фундаменталдык түшүнүктөрдөн болуп саналат. Теңдеш өзгөртүп түзүүлөр функцияларды жана аларга байланышкан түшүнүктөрдү калыптандырууда кеңири колдонулат.

Геометриялык маселелерди чыгарууда, теоремаларды далилдөөдө теңдеш өзгөртүп түзүүлөр кеңири колдонулат.

Теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү аткаруу алгоритм түрүндө тиешелүү эрежелер менен жүргүзүлөт.

Ошондой эле теңдеш өзгөртүп түзүүлөр башка предметтерди (физика, химия, информатика, биология, география ж.б.) окуп үйрөнүүдө кеңири колдонулат.

Жогорудагы изилдөөнүн жыйынтыктарынан математиканы окутууда алгебралык туюнтмалар жана аларды теңдеш өзгөртүп түзүүлөргө негизги көңүл буруунун зарылдыгын көрсөтөт.

Мектепте алгебранын системалуу курсу 7-класстан баштап окутулат. Төмөнкү класстарда алгебраны жөнөкөй элементтери окуучулардын математикалык ой-жүгүртүүсүн өнүктүрүү жана арифметикалык материалдарды жалпылоо үчүн колдонулат. Алгебраны окутууда тиешелүү түшүнүктөр боюнча окуучулардын билим, билгичтиктери, көндүмдөрү калыптандырылат жана өнүктүрүлөт.

Алгебранын алгачкы сабагында туюнтма жана туюнтмалардын тиешелүү маанилеринин түшүнүгү калыптандырылат.

Тик бурчтуктун туурасы a см, узуну b см болсо, анын периметри $2\cdot(a+b)$см болот. Бул туюнтмадагы a жана b тамгалары өзгөрмө, $2\cdot(a+b)$ өзгөрмөсү бар туюнтма деп аталат. Бул туюнтма a жана b өзгөрмөлөрдүн ар түрдүү маанилеринде тик бурчтуктун периметрин кандайча табууну көрсөтөт.

Өзгөрмөсү бар туюнтмага ар бир өзгөрмөнүн ордуна анын кандайдыр бир маанисин койсок, анда сандуу туюнтма келип чыгат. Өзгөрмөлөрдүн тандалып алынган маанилериндеги анын мааниси өзгөрмөлөрү бар туюнтманын мааниси деп аталат.

«Туюнтмалардын тиешелүү маанилери» түшүнүгүнүн негизинде биринчи жолу төмөнкү терминдер: «теңдеш барабар (же теңдеш) туюнтмалар», «теңдештик» түшүнүктөр киргизилет. Теңдеш барабар туюнтмалар бардык тиешелүү маанилери барабар туюнтмалар катарында аныкталат. Туюнтманы теңдеш өзгөртүү берилген туюнтманы ага теңдеш барабар туюнтмага алмаштыруу.

Бирдей өзгөрмөлүү эки алгебралык туюнтма өзгөрмөлөрдүн кабыл алууга мүмкүн болгон маанилеринде бирдей сан маанилерге ээ болушса, анда ал туюнтмалар теңдеш барабар туюнтмалар деп аталышат. Өзгөрмөлөрдүн кабыл алууга мүмкүн болгон бардык маанилеринде туура болгон барабардык теңдештик деп аталат.

Мисалы, а+в = в+а , теңдештик боло алат.

Өзгөрмөлөрдүн каалагандай маанилеринде тиешелүү маанилери барабар болушкан эки туюнтма теңдеш барабар деп аталышат. Мисалы: $2(x+y)=2x+2y$ туюнтмалары бөлүштүрүү касиет-инин негизинде өзгөрмөлөрдүн каалаган маанисинде туюнтмалардын тиешелүү маанилери барабар.

Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү алгебра курсунда маанилүү орунду ээлейт. «Теңдеш өзгөртүп түзүү» деген термин киргизилип, өзгөртүп түзүүлөргө мисалдар каралат. Көнүгүүлөрдүн негизги максаты — теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн колдонулушун көргөзүү.

Өзгөрмөлөрү бар туюнтмаларды теңдеш өзгөртүүлөр сандар менен амалдардын касиеттеринин негизинде аткарылат.

Туюнтманы теңдеш өзгөртүү көндүмдөрү окшош мүчөлөрдү топтоо, кашааны ачуу, кашаага киргизүү санды же туюнтманы көбөйтүүчүлөргө ажыратуу, бөлчөктөрдү кыскартуу ж.б. сыяктуу көнүгүүлөрдү аткарууда калыптандырылат. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүүдө эки эреже колдонулат: ордуна коюу; барабар туюнтма менен алмаштыруу.

Туюнтмалардын тиешелүү маанилери түшүнүгүнүн мазмуну мисалдарда ачылат. Эгерде биз, мисалы, $4a^2$ жана 7а туюнтмасынын маанилерин бир эле а=3 маанисинде эсептесек, анда ушул туюнтмалардын тиешелүү маанилерин, 36 жана 21 ди табарыбызды окуучулар түшүнүш керек.

$\frac{a}{b-1}$ туюнтмасы $b=1$, $\frac{2}{x+4}$ туюнтмасы х=-4 болгондо мааниге ээ болбойт. Ар түрдүү жазуу жана оозеки аткарылуучу мисалдардын, практикалык маселелердин жардамы менен өзгөрмөсү бар туюнтмалар боюнча окуучулардын билим, билгичтиктери калыптандырылат. Түшүнүктү өздөштүрүүнүн алгачкы этабында жөнөкөй көнүгүүлөр берилет. Андан ары бир нече өзгөрүлмөлөрдөн турган татаалданган көнүгүүлөр сунушталат. Мисалы төмөндөгүдөй деңгээлдеген көнүгүүлөрдү сунушталат.

1. Эгерде $x=3$, болсо $4x+1$ туюнтмасынын маанисин тапкыла.

2. Туюнтмаларды жөнөкөйлөткүлө:

$а)(23+d)+57;$

$б)134+(a+166);$

$в)(46+b)+(78+b).$

3. Эгерде $x=1{,}4$ жана $y=2{,}5$ болсо $5x-2y$ туюнтмасынын маанисин тапкыла.

Тамгалуу туюнтмаларды жазууда латындын тамгалары колдонула тургандыгы айтылып, латын тамгаларын окуучулардын эсине салуу*: a, b, c, d, e, ...*

Тамгалуу туюнтмалар боюнча окуучулардын билимдерин бекемдөө үчүн төмөндөгү типтеги көнүгүүлөрдү пайдалануу:

1) тамгалуу-символдор менен берилген жазуулардын маанисин окууга жана түшүнүүгө багытталган мисалдар жана маселелер;

2) түшүнүктөрдү тамгалуу-символдор менен жазуу;

3) тамгалуу-символдор менен жазылган туюнтмаларды жөнөкөйлөтүү, маанилерин табуу.

Биринчи типтеги тамгалуу-символдор менен берилген жазуулардын маанисин окууга жана түшүнүүгө төмөндөгүдөй көнүгүүлөр жардам берет.

1. Төмөндөгү туюнтмаларды окугула жана амалдарды аткаруу удаалаштыгын талдагыла:

$2(a+b)$; $3a-b$; $5ab$; $a+(b-c)$; $a-4bc$;

$\frac{a+b}{c}$; $2a-5b$.

2. Төмөндөгү барабарсыздыктарды окугула:

$a>0$; $b<0$ ж.б.у.с.

Экинчи типтеги түшүнүктөрдү тамгалуу-символдор менен жазууга төмөндөгүдөй көнүгүүлөр жардам берет.

1. Сүйлөмдөрдү сандардын, тамгалардын, амалдардын жана катыштардын жардамы менен жазгыла:

a жана b нын суммасын 5 ке көбөйткүлө; a - терс сан ж.б.у.с.

2. Тамгалуу-символдорду пайдаланып, сандардын жалпы түрүн жазгыла: жуп сандар; так сандар; 3 кө бөлүнө турган сандар; 7 ге бөлүнө турган сандар.

Үчүнчү типтеги түшүнүктөрдү тамгалуу-символдор менен жазылган туюнтмаларды жөнөкөйлөтүү жана маанилерин табууга төмөндөгү типтеги көнүгүүлөрдү сунуш кылуу.

Мисалы: $x+y$ туюнтмасынын $x=2{,}5$; $y=4{,}7$ болгондогу маанисин тапкыла ж.б.у.с.

Алгебралык материалдарды өтүүдө тамгалуу символдор менен жазууну активдүү колдонууга карата ар кандай типтеги көнүгүүлөр берилет. Арифметикалык амалдардын закондорунун тамгалар менен жазылышы, алардын колдонулушу окуучулардын символдор менен иштөөсүн бекемдейт жана жалпы жыйынтыктарды чыгарууга мүмкүнчүлүк берет.

Тамгалуу туюнтмаларды колдонуу окуучулардын ой-жүгүртүү маданиятын жогорулатуу менен теориялык билимдеринин калыптанышына алып келет. Ар бир класста стандарт боюнча туюнтмалар татаалданып берилет. Негизги максат болуп, тамгалуу символдорду жалпылоонун каражаты катары колдонуу болуп саналат.

7-класста Ю.Н. Макарычев, Н.Г.Миндюк ж.б. (2003 ж.) жана Н.Ибраева, А. Касымов (2009 ж.) алгебра окуу китептери окулат [1,2].

Н.Ибраева, А.Касымовдун окуу китебинде туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүгө арналган математикалык түшүнүктөр төмөндөгү удаалаштыкта берилген [2].

1. Туюнтмалар жана аларды өзгөртүүлөр.
2. Даража жана анын касиеттери.
3. Бир мүчө жана көп мүчө, функция, теңдемелер жана алардын системалары.
4. Ыктымалдуулук теориясы жана математикалык статистиканын элементтери.
5. Жакындатылган эсептөөлөр.

Ю.Н. Макарычев, Н.Г.Миндюк ж.б. окуу китебинде туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүгө арналган математикалык түшүнүктөр төмөндөгү удаалаштыкта берилген [1].

1. Туюнтмалар. Туюнтмаларды өзгөртүү. Туюнтмаларды маанилерин салыштыруу. Туюнтмаларды өзгөртүү. Сандар менен болгон амалдардын касиеттери. Теңдемелер.Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүүлөр. Бир өзгөрмөсү бар теңдемелер.
2. Функциялар жана алардын графиктери. Сызыктуу функция.
3. Натуралдык көрсөткүчү бар даража жана анын касиеттери.
4. Бир мүчөлөр. Көп мүчөлөр. Көп мүчөлөрдүн суммасы жана айырмасы. Бир мүчө жана көп мүчөнүн көбөйтүндүсү. Көп мүчөлөрдүн көбөйтүндүсү.
5. Кыскача көбөйтүүнүн формулалары.

Бүтүн туюнтмаларды өзгөртүү.

6. Сызыктуу теңдемелердин системалары.

VII класста бир мүчөлөр. көп мүчөлөр, көп мүчөлөрдүн суммасы жана айырмасы, бир мүчө жана көп мүчөнүн көбөйтүндүсү, көп мүчөлөрдүн көбөйтүндүсү, кыскача көбөйтүүнүн формулалары деген түшүнүктөр окуучулардын билимдеринин негизин түзөт. Кыскача көбөйтүүнүн формулаларын берүүдө туюнтмалардын тиешелүү белгилерине өзгөчө бөлүү сунушталат.

Теңдеш өзгөртүп түзүүлөргө тиешелүү билгичтиктерди жана көндүмдөрдү калыптандыруу төмөндөгү этаптар менен жүргүзүлөт:

- аныктамаларды, эрежелерди, формулаларды үлгү боюнча колдонуу;

- аныктамаларды, эрежелерди, формулаларды ж.б. теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү жүргүзүүдө өз алдынча колдоно алат;

- теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү тиешелүү эрежелер, формулаларды колдонуп көндүм деңгээлинде рационалдуу жүргүзөт жана жыйынтыктарды чыгара алат.

Алгебралык туюнтмалар жана аларды теңдеш өзгөртүп түзүүдө төмөндөгү принциптерди сактоо керек экендиги такталды: системалуулук, удаалаштык жана улануучулук принциби, аң-сезимдүүлүк, активдүүлүк жана өз алдынчалуулук принциби.

Окуу материалын аныкталган удаалаштыкты сактап окуп үйрөнүү математиканы окутуудагы системалуулук дейбиз. Системалуулук принциби окутуудагы улануучулук суроосу менен тыгыз байланышта. Математиканы окутуудагы удаалаштык деп, окутуунун төмөндөгү тартипке туура келиши саналат: жөнөкөйдөн татаалга; жеңилден кыйынга; белгилүүдөн белгисизге; элестетүүдөн түшүнүккө; билимден, билгичтикке андан көндүмгө.

Системалуулук, удаалаштык жана улануучулук принцибин иш жүзүнө ашырууда үйрөнүлүүчү окуу материалынын мазмуну кийинки өтүлүүчү материалдын таянычы болуу менен окуучулардын түшүнүктөрдү терең түшүнүүсүнө өбөлгө түзөт. Бул принциптерди иш жүзүнө ашыруу үчүн мугалим тарабынан берилүүчү түшүнүктөр логикалык жактан байланышкан бөлүктөргө бөлүнөт, фактылардын, закондордун ортосундагы байланыштар аныкталат жана алардын ар бирин берүүнүн тартиби аныкталат. Аң-сезимдүүлүк, активдүүлүк жана өз алдынчалуулук принцибинин окуу процессинде иш жүзүнө ашырылышы төмөндөгү шарттардын аткарылышын талап кылат:

1) окуучулардын таанып-билүү иш аракети үйрөтүү процессинин закон-ченемдүүлүгүнө туура келиши;

2) окуучулардын таанып-билүү иш аракетинин үйрөтүү процессиндеги активдүүлүгү;

3) окуучулар тарабынан үйрөтүү процессин сезимталдуу кабыл алышы;

4) жаңы түшүнүктү үйрөнүү учурунда окуучулар тарабынан акыл ишинин методдорун билиши [6].

Окуучулар окуу материалын формалдуу эмес аң-сезимдүү кабыл алуу үчүн сабактын бардык этабына активдүү катышуулары керек, буга жетишүү үчүн ар бир окуучунун өз алдынча эмгектенүүсү талап кылынат. Мугалим сабакты уюштурууда окутуунун активдүү ыкмаларын иштеп чыгуу максатка ылайык.

Теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү аткаруу иш-аракеттерине төмөндөгү талаптар коюлду:

- окуучу теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү аткарууда анын маңызын түшүнүп, ар бир иш-аракетин негиздей билүүсү;

- окуучу теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн эрежелерин, аныктамаларын ар кандай учурда колдоно алуусу.

Колдонулган адабияттар

1. Алгебра. 7-кл. түзгөндөр Ю.Н. Макарычев, Н.Г.Миндюк ж.б. 2003 ж.

2. Алгебра 7-кл. түзгөндөр Н.Ибраева, А. Касымов. 2009 ж.
3. Доржиева И.В. “Алгебраические преобразования в курсе математики основной школы. Москва. 1999. -136 с.
4. Математика боюнча жалпы билим берүүчү орто мектептин окуу программалары (V-XI класстар). –Бишкек: 2014. -96 б.
5. Төрөгелдиева К.М. Математиканы окутуунун теориясы жана методикасы. 1-бөлүк. -Бишкек: 2014. -272 б.
6. Төрөгелдиева К.М. Математиканы окутуунун теориясы жана методикасы. 2-бөлүк. -Бишкек: 2014 . -334 б.

Рецензент: п.и.к., доцен Сагыналиева Н.К.